

# Semaine des mathématiques au collège d'Auteuil

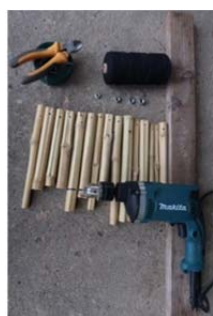
## Lundi 7 mars : origami



かわいい ♥  
kawaii

hoshikari

## Mardi 8 mars : Pourquoi les bulles de savon sont-elles des bulles ?



Le matériel nécessaire



**Pourquoi les bulles sont-elles rondes ?**  
Les problèmes isopérimétriques : comment obtenir un maximum en économisant sur les bords.

**Didon, Carthage et la peau de bœuf**  
La légende raconte que la ville de Carthage fut fondée en 814 av. J.-C. par le phénicien Didon. Elle était le site de Numide, un site de tannage qui permettait de faire passer dans la peau d'un bœuf.

Didon fit découper la peau en fines lamelles qu'elle sut bout à bout afin d'en faire une longue bande. Puis elle fit étendre cette bande sur un demi-cercle dans les deux extrémités, touchant la ville. Didon avait ainsi trouvé la solution au problème isopérimétrique dans un geste plus !

**Inégalité isopérimétrique dans le plan**  
Quelle est la plus grande surface plane que l'on peut délimiter par une courbe de longueur donnée ?

Ce problème attire les mathématiciens depuis l'antiquité, et les grecs anciens avaient déjà trouvé la réponse : la forme optimale est le cercle. En effet, si l'on attache le fil à un cercle pour mesurer la périmètre d'un polygone de ce cercle.

L'inégalité isopérimétrique dit précisément que, quelle que soit la forme que l'on attache une courbe de longueur  $L$ , la surface intérieure  $S$  vérifie toujours :

$$S \leq \frac{L^2}{4\pi}$$

Et c'est une égalité seulement dans le cas du cercle !

**Les objets presque optimaux sont-ils presque ronds ?**  
Dans le plan, une figure presque isopérimétrique est presque ronde. Dans l'espace, c'est encore évident, comme le suggère cette sphère à laquelle on a ajouté un très long et fin fil : la surface et le volume sont très proches de ceux de la sphère, pourtant l'objet est terriblement allongé !

On peut énoncer également qu'un objet de l'espace qui vérifie l'égalité  $V^2 = \frac{S^3}{36\pi}$  (ici on dit d'un objet qu'il est "presque isopérimétrique" de ce résultat a été démontré en 2008 et publié dans la prestigieuse revue *Invent. Math.*)

**Par ses propriétés physiques, la bulle de savon cherche à envelopper un volume d'air donné dans la surface la plus petite possible. Sa forme donne la solution du problème isopérimétrique en dimension 3 : la sphère. Toute autre surface de même aire que la sphère délimite un volume plus petit que celle-ci.**

$$V^2 \leq \frac{S^3}{36\pi}$$

**Références**  
De la forme des bulles de savon à celle des étoiles.  
La Recherche 443, Juin 2011.  
L'Inégalité isopérimétrique.  
Maurice D'Azavedo, Images des Mathématiques, 1995, 2008.  
http://www.math.u-psud.fr/~dazavedo

UNIVERSITÉ DE ROUEN

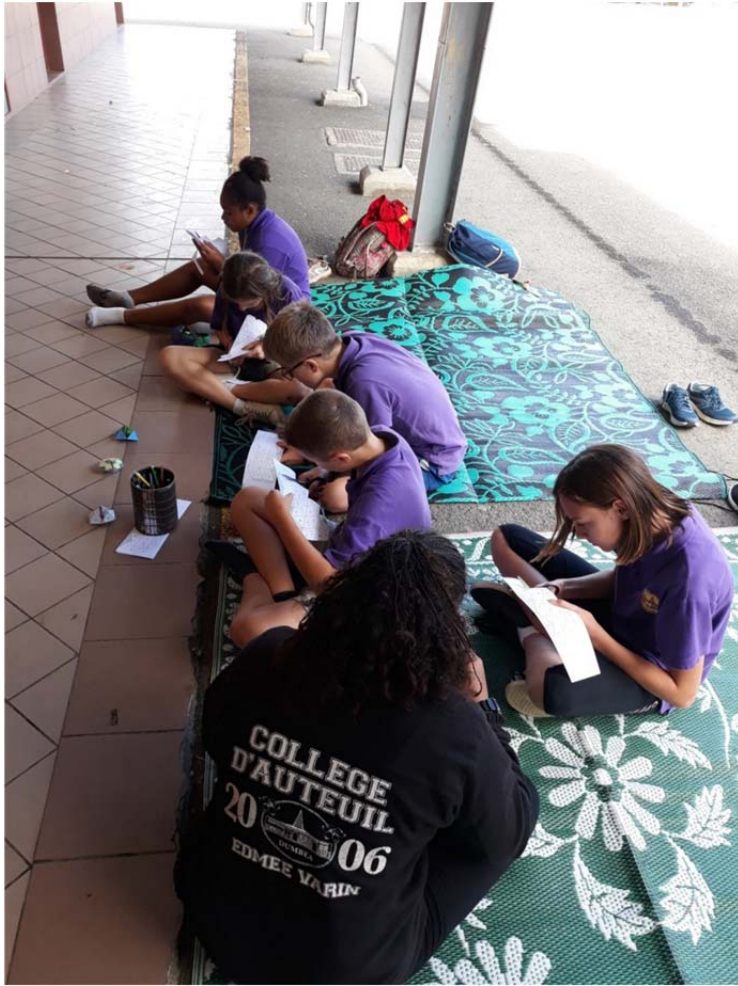
L'affiche explicative

## Les élèves s'éclatent !... et les bulles aussi !!!



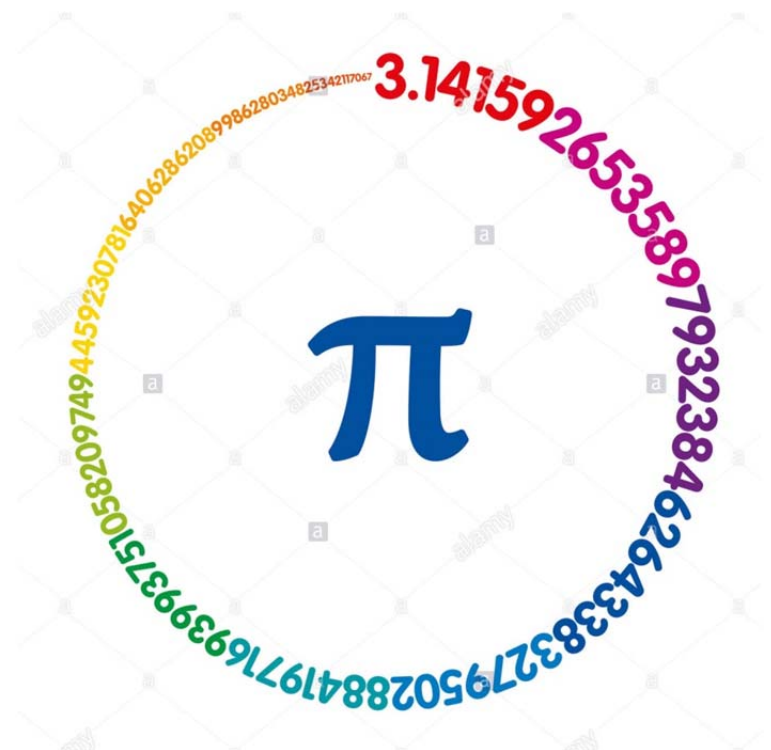


## Jeudi 10 mars : le flexangle



## Vendredi : à la découverte de PI...

Le matériel nécessaire



Les résultats des élèves

Objet	Circonférence	Diamètre	Circonférence divisé par diamètre
pot en verre	20,7	6,7	3,13
pot de peinture	39,6	13,1	3,02
pot de peinture	26,4	8,3	3,10
pot de peinture	132	42,5	3,1
	58,5	18,5	3,16